Revista ELETRÔNICA do Vestibular

UERJ UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Ano 1, n. 2, 2008
Seção Artigos
25/08/2008

Apresentação comentada de um teorema cinemático deduzido por Galileu em Duas Novas Ciências

Vitor Oguri

Vitor Oguri é físico experimental de Altas Energias. Mestre em Física Aplicada (Universidade de Tóquio) e doutor em Física (Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas -- CBPF), é professor adjunto e pesquisador do Instituto de Física da UERJ, além de autor e organizador de diversos livros na área.

De acordo com a Mecânica Clássica, a velocidade média v_m de um corpo que parte do repouso e se desloca em movimento retilíneo e uniformemente acelerado, durante um intervalo de tempo Δ*t,* é igual à metade da velocidade final *v* alcançada durante esse intervalo de tempo. Ou seja,

$$v_m = v/2$$

Uma vez que a velocidade média é definida como

$$v_m = \frac{d}{\Delta t}$$

(onde *d* é a distância percorrida pelo corpo no intervalo de tempo Δ*t*), a distância *d* e a velocidade final *v* estão relacionadas por

$$d = \frac{v}{2}\Delta t \qquad (1)$$

Essa seria a mesma distância percorrida por um corpo, no intervalo de tempo Δ*t,* que se deslocasse em movimento retilíneo e uniforme com velocidade *v*/2.

Galileu[1], em um fragmento de seu clássico texto, *Discursos* e *demonstrações matemáticas sobre duas novas ciências*[2], enuncia e deduz esse fato de modo equivalente, no seguinte teorema:

O tempo no qual um espaço é percorrido por um corpo que parte do repouso uniformemente acelerado é igual ao tempo no qual esse mesmo espaço seria percorrido pelo mesmo corpo com velocidade constante, de valor igual a metade do maior e último valor alcançado no movimento uniformemente acelerado.

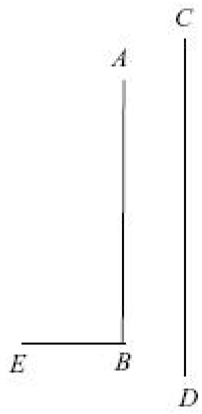
Assim, se um corpo, inicialmente em repouso, é uniformemente acelerado e alcança uma velocidade de valor igual a *v,* após percorrer uma distância *d,* o intervalo de tempo Δ*t* gasto no percurso é dado por

$$\Delta t = \frac{d}{(v/2)}$$

Como essa equação é equivalente à equação 1, o teorema enunciado por Galileu expressa de outro modo o resultado cinemático apresentado no primeiro parágrafo deste texto.

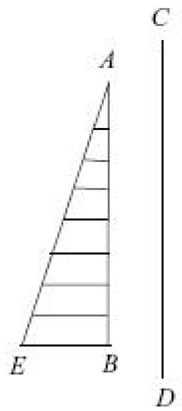
Vejamos como Galileu, raciocinando por meio de grandezas físicas representadas por figuras geométricas, deduz o teorema. A figura completa do texto de Galileu para deduzir o teorema será decomposta e apresentada por partes, no decorrer dos comentários.

Representemos por meio do segmento de reta *AB* o intervalo de tempo durante o qual um corpo, partindo do repouso em *C*, percorrerá o espaço *CD* em movimento uniformemente acelerado; seja o final e maior valor da velocidade adquirido durante esse intervalo de tempo representado pelo segmento de reta *EB*, que forma um ângulo reto com *AB*; ...



Isto é, $\overline{CD} = d$ é a distância a ser percorrida, $\overline{AB} = \Delta t$ é o intervalo de tempo gasto no percurso e $\overline{EB} = v$ é a velocidade final alcançada durante o intervalo Δ*t*.

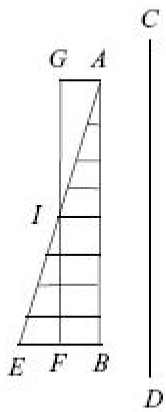
... traçado o segmento de reta *AE*, todos os segmentos de reta que partem de pontos eqüidistantes sobre *AB* e paralelos a *BE*, representarão os valores crescentes de velocidade a partir do instante *A*. ...



Por instante *A* deve-se entender o instante de tempo em que o corpo começa a se movimentar.

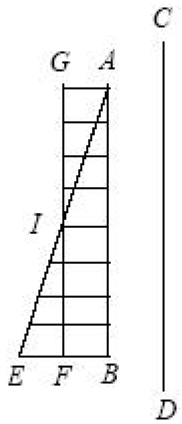
De fato, como os triângulos formados pelos segmentos paralelos a *EB* e o vértice *A* são semelhantes, a razão entre os catetos de cada triângulo é constante e representa a aceleração do corpo móvel, uma vez que no movimento uniformemente acelerado os acréscimos dos valores de velocidade são proporcionais aos respectivos intervalos de tempo, e a constante de proporcionalidade é a aceleração do móvel.

... Dividamos ao meio o segmento *EB* no ponto *F* e tracemos *FG* paralelo a *AB* e *GA* paralelo a *FB*, formando assim o paralelogramo *AGFB*, de área igual à do triângulo *AEB*, uma vez que o lado *GF* divide ao meio o lado *AE* no ponto *I*. ...



Assim, $\overline{FB} = \overline{EB}/2 = v/2$, e a área do triângulo *AEB* é igual à do paralelogramo *AGFB*.

... Se, por outro lado, prolongarmos os segmentos paralelos do triângulo *AEB* até *IG*, a soma dos comprimentos de todos os segmentos contidos no quadrilátero *AGFB* será igual à soma dos comprimentos daqueles contidos no triângulo *AEB*, visto que os segmentos do triângulo *IEF* são iguais àqueles contidos no triângulo *AGI*, enquanto aqueles contidos no trapézio *AIFB* são comuns. Uma vez que todo instante do intervalo de tempo *AB* corresponde a um ponto do segmento *AB*, os segmentos paralelos traçados a partir desses pontos no interior do triângulo *AEB* representam os valores crescentes da velocidade, enquanto os segmentos contidos no paralelogramo *AGFB* representam os valores de velocidade que não crescem, mas que se mantêm constantes; é evidente que a soma dos valores de velocidade, no caso do movimento acelerado, é representada pela soma dos segmentos crescentes do triângulo *AEB*, enquanto, no caso do movimento uniforme, é representada pela soma dos segmentos paralelos do paralelogramo *AGFB*. Com efeito, os valores de velocidade que faltam na primeira metade do movimento acelerado (aqueles que são representados pelos segmentos do triângulo *AGI*) são compensados por aqueles representados pelos segmentos do triângulo *IEF*. ...



Seja no paralelogramo, que representa um movimento uniforme, ou no triângulo, que representa um movimento uniformemente acelerado, dividir o lado que representa o intervalo de tempo Δt do percurso em um grande número de pequenos segmentos iguais (que representam pequenos intervalos de tempo), em seguida, somar os correspondentes segmentos que representam os valores de velocidade em cada pequeno intervalo, e multiplicar o resultado (soma) pelo valor de cada pequeno intervalo de tempo, obtém-se as distâncias totais percorridas pelo corpo no intervalo de tempo Δt. Ou seja, as áreas das figuras geométricas (paralelogramo e triângulo) correspondem às distâncias percorridas pelo corpo nos respectivos movimentos.

Como a área do paralelogramo *AGFB*, que representa a distância (d) percorrida por um corpo em movimento retilíneo e uniforme com velocidade constante de valor igual a $\overline{FB} = \overline{EB}/2 = v/2$, durante um intervalo de tempo $\Delta t = \overline{AB}$ é igual a área do triângulo *AEB*, que corresponde à distância *(d)* percorrida por um corpo em movimento retilíneo uniformemente acelerado, a partir do repouso, durante o mesmo intervalo de tempo Δt,

$$d = \underbrace{\overline{FB} \times \overline{AB}}_{\text{área de } AGFB} = \underbrace{\frac{\overline{EB} \times \overline{AB}}{2}}_{\text{área de } AEB} = \frac{v\Delta t}{2}$$

pode-se concluir, como Galileu, que:

... Portanto, é evidente que espaços iguais serão percorridos em tempos iguais por dois corpos, um dos quais, partindo do repouso, desloca-se com movimento uniformemente acelerado, enquanto o outro, em movimento uniforme, desloca-se com valor de velocidade igual à metade do valor máximo de velocidade atingido pelo primeiro.

Notas:

[1] Nascido em Pisa, Itália, em 1564, Galileu Galilei é considerado o fundador da ciência moderna.

[2] *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorni à due nuove scienze attenenti alla mecanica ed i movimenti locali*, publicado em 1638 pelo editor holandês Luis Elsevier. O texto de Galileu, conhecido também simplesmente como Duas Novas Ciências, foi escrito na forma de diálogos entre três personagens, dois dos quais (Salviati e seu amigo Sagredo) refletem o ponto de vista de Galileu, e um terceiro (Simplício), as idéias de Aristóteles

sobre o movimento dos corpos. As duas ciências referem-se, respectivamente, aos estudos da resistência e do movimento dos corpos sólidos. O texto aqui utilizado foi extraído da tradução em lingua inglesa de H. Crew e A. de Salvio, Dover (1954).